Rolf Wanka
Alexander Raß

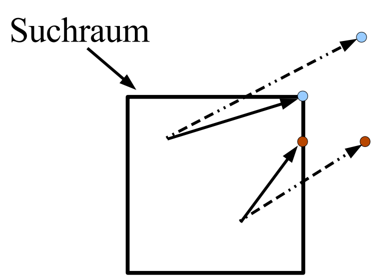
Erlangen, 2. Mai 2019

Übungen zur Vorlesung
Organic Computing
SS 2019

Blatt 2

AUFGABE 5:

Sei $f : S \to \mathbb{R}$ eine zu minimierende Funktion mit einem n-dimensionalen beschränkten Suchraum $S = [lb_1, ub_1] \times [lb_2, ub_2] \times \ldots \times [lb_n, ub_n] \subsetneq \mathbb{R}^n$. S ist also ein hochdimensionaler Quader. Bei Anwendung des PSO-Algorithmus auf eine solche Funktion kann es passieren, dass Partikel den Suchraum verlassen. Eine Lösung des Problems ist, ungültige Partikel auf die Suchraumgrenze zurückzusetzen, wie in folgender Abbildung dargestellt:



Überlegen Sie sich weitere Möglichkeiten für die Behandlung ungültiger Partikel und diskutieren Sie sie.

AUFGABE 6:

(a) Angenommen, ein 500-dimensionaler Suchraum ist durch $[-100, 100]^{500}$ beschränkt. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass ein dort zufällig (mit uniformer Verteilung) platziertes Partikel im Hyperwürfel $[-99 \ldots 99]^{500}$ liegt. Was bedeutet das?

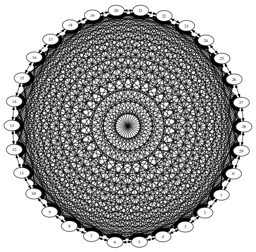
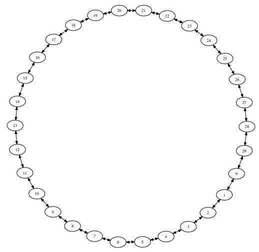
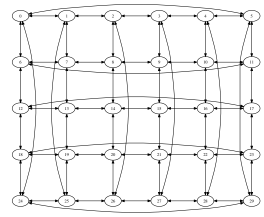
(b) Zeigen Sie: Angenommen, ein n-dimensionaler Suchraum ist durch $[-r \ldots r]^n$ beschränkt, und $\epsilon > 0$ beliebig. Dann gilt: Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Partikel so initialisiert wird, dass die Distanz zur Suchraumgrenze kleiner als ϵ ist, ist $1 - e^{-c \cdot (n)}$, mit $c > 0$.

AUFGABE 7:

Bei dem in der Vorlesung vorgestellen PSO-Algorithmus orientieren sich in Generation k alle Partikel an $p_{glob}^{(k)}$, der besten bislang gefundenen Lösung. Das bedeutet, dass jedes Partikel mit jedem anderen Partikel kommunizieren kann, der Schwarm also voll vernetzt ist. Oftmals wird jedoch die Menge der Kommunikationspartner (die sog. *Nachbarn*) eines Partikels eingeschränkt und jedem Partikel zu Beginn der Optimierung eine Teilmenge der Population als seine Nachbarschaft zugewiesen. Partikel i verwendet dann statt $p_{glob}^{(k)}$ die beste Lösung, die bisher in seiner Nachbarschaft gefunden wurde, $p_{i,glob}^{(k)}$.

(Auf der Rückseite geht es weiter ➼)

Die Nachbarschaftsbeziehungen können als Graphen (die sog. *Topologien*) dargestellt werden, z.B.:

Welchen Einfluss haben die verschiedenen Topologien auf das Schwarmverhalten? Diskutieren Sie insbesondere den Einfluss auf Exploration (die Fähigkeit des Schwarms, den Suchraum zu erkunden, d. h. „überall hinkommen zu können") und Exploitation (die Fähigkeit des Schwarms, in der Nähe guter Lösungen noch bessere Lösungen zu finden).

AUFGABE 8:
In der Vorlesung haben Sie PSO für kontinuierliche Optimierungsprobleme, d. h. $S \subseteq \mathbb{R}^n$, kennengelernt. Ziel dieser Aufgabe ist es, einen PSO-Algorithmus zu entwerfen, der auf das diskrete *Traveling Salesperson Problem* (TSP) angewendet werden kann. Beim TSP sind n Städte und ihre direkten Abstände gegeben. Gesucht ist eine kürzeste Rundreise, die jede Stadt genau einmal besucht.
Wir gehen von folgenden, häufig verwendeten Gleichungen für Geschwindigkeits- und Positionsaktualisierung aus, die ein Spezialfall der in der Vorlesung vorgestellten Gleichungen sind:

$$\begin{aligned} \vec{v}_i^{(k+1)} &= a \cdot \vec{v}_i^{(k)} + b_{loc} \cdot \vec{r}_{loc} \odot (\vec{p}_i^{(k)} - \vec{x}_i^{(k)}) + b_{glob} \cdot \vec{r}_{glob} \odot (\vec{p}_{glob}^{(k)} - x_i^{(k)}) \\ \vec{x}_i^{(k+1)} &= \vec{x}_i^{(k)} + \vec{v}_i^{(k+1)} \end{aligned}$$

(a) Wie sehen Eingabe, Suchraum und Zielfunktion des TSP-Problems konkret aus?

(b) Obige Gleichungen operieren nicht notwendigerweise auf reellen Suchräumen. Wichtig ist nur, dass bestimmte Operationen, wie beispielsweise *„Position plus Geschwindigkeit"* vorhanden sind. Welche weiteren Operationen werden benötigt?

(c) Definieren Sie nun diese Operationen für das TSP. Wie könnte der Geschwindigkeitsvektor aussehen?

Hinweis: Passen Sie ggf. die Dimensionalität der Vektoren $\vec{r}_{loc}$ und $\vec{r}_{glob}$ an.