

Übungen zur Vorlesung
Berechenbarkeit und Formale Sprachen
 WS 2018/2019
 Blatt 10

Je mehr Plus-Zeichen +, desto wichtiger, je mehr Sterne *, desto schwieriger.

AUFGABE 50:

[Präsenzaufgabe, ++, **] Geben Sie für die folgenden Sprachen jeweils deterministische endliche Automaten an, die die entsprechenden Sprachen akzeptieren, und begründen Sie deren Korrektheit.

- (a) $L_{\text{durch } 7} = \{n \mid n \in \{0, \dots, 9\}^*\}$ ist die Dezimaldarstellung einer durch 7 teilbaren Zahl}.

Z. B. ist $05117 \in L_{\text{durch } 7}$. Die Eingabe wird von links nach rechts gelesen. Können Sie Ihr Konstruktionsprinzip auf $L_{\text{durch } k}$, die Menge der Dezimaldarstellungen der durch k teilbaren Zahlen, verallgemeinern? Wieviele Zustände benötigen Sie und welche Bedeutung haben diese?

- (b) $L_2 = \{w \mid w \in \{0, 1\}^*, w \text{ endet mit } 101\}$.

Verallgemeinern Sie die Konstruktion, so daß die Sprache $L_t = \{w \mid w \in \{0, 1\}^*, w \text{ endet mit } \underbrace{10\dots 01}_t\}$ akzeptiert wird. Wieviele Zustände hat Ihr Automat? $t - 1$ viele

AUFGABE 51 (4 Punkte):

[++, *] Gegeben sei die folgende deterministische 1-Band-Turingmaschine $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, B, q_0, F)$ mit $Q = \{q_0, \dots, q_3\}$, $\Sigma = \{0, 1\}$, $\Gamma = \{0, 1, B\}$, $F = \{q_3\}$ und der Übergangsfunktion δ :

| | | | |
|----------|---------------|---------------|---------------|
| δ | 0 | 1 | B |
| q_0 | $(q_0, 1, R)$ | $(q_0, 0, R)$ | (q_1, B, L) |
| q_1 | $(q_1, 1, L)$ | $(q_2, 0, L)$ | – |
| q_2 | – | – | (q_3, B, N) |
| q_3 | – | – | – |

- (a) Führen Sie die Berechnung von M für die Eingabe 011 aus (in der Form $q_0011 \vdash 1q_011 \vdash \dots$).
- (b) Führen Sie die Konstruktion der Vorlesung aus, die zu M eine Grammatik G_M vom Typ Chomsky-0 konstruiert mit $L(M) = L(G_M)$.

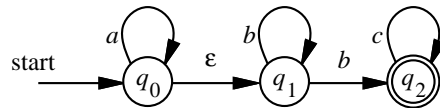
Schreiben Sie bei der Bearbeitung von δ für $\delta(q_0, 0) = (q_0, 1, R)$ und für $\delta(q_1, 1) = (q_2, 0, L)$ alle Produktionen hin, für die übrigen Einträge der δ -Tabelle können Sie die übliche Kurzschreibweise „für alle $X \in \dots$ “ benutzen.

- (c) Erzeugen Sie mit der Grammatik G_M das Wort 011.

Sie dürfen die Schreibweise mit $\xrightarrow{*}$ benutzen (z. B. bei $q_3q_30q_31q_31q_3q_3 \xrightarrow{*} 011$), wenn nur eine Produktion ggf. mehrfach hintereinander anwendbar ist. Lediglich $S \xrightarrow{*} 011$ zu schreiben, ist zu wenig. ☺

AUFGABE 52 (4 Punkte):

[+++,*] Gegeben sei der folgende nichtdeterministische endliche Automat N :



- (a) Welche Sprache L wird von diesem Automaten akzeptiert?
- (b) Konstruieren Sie zu N mit der Potenzmengen-Konstruktion einen äquivalenten deterministischen endlichen Automaten A . Zeichnen Sie nur die vom neuen(!) Startzustand erreichbaren Zustände ein, die aber *alle*. Die Zustandsnamen von A müssen erkennen lassen, wie sie zustande gekommen sind.

Hinweis: In einem deterministischen endlichen Automaten darf es keine ε -Übergänge geben.

AUFGABE 53 (4 Punkte):

[+++,*] Sei Σ ein Alphabet.

- (a) Zeigen Sie: Jede endliche Sprache L über Σ (also Sprachen L mit $|L| \neq \infty$) ist regulär.
- (b) Sei L_1, L_2, \dots eine unendliche Aufzählung regulärer Sprachen. Ist $L = \bigcup_{i \in \mathbb{N}} L_i$ grundsätzlich regulär?

AUFGABE 54 (4 Punkte):

[++++,*] (Alte Klausuraufgabe)

- (a) Aus der Vorlesung kennen Sie das NP-vollständige Knotenüberdeckungsproblem (engl.: Vertex Cover) $VC := \{ \langle G, k \rangle \mid k \in \mathbb{N}, G = (V, E) \text{ ist ein ungerichteter Graph, für den es eine Knotenmenge } U, U \subseteq V, \text{ gibt mit } |U| = k, \text{ so daß für jede Kante } \{u, v\} \in E \text{ gilt: } u \in U \text{ oder } v \in U \}$.

$\text{bin}(a)$ bezeichne die Binärdarstellung der natürlichen Zahl a . Sei

$$\text{SUMME} = \{ \text{bin}(a_1) \# \dots \# \text{bin}(a_n) \mid n \geq 2, a_1 = \sum_{i=2}^n a_i \} .$$

Zeigen Sie: $\text{SUMME} \leq_p \text{VC}$

Hinweis: Vergessen Sie nicht, die Laufzeit der Berechnung der Reduktionsfunktion zu begründen.

- (b) Angenommen, $P = NP$. Zeigen Sie, daß SUMME dann NP-vollständig ist, indem Sie zeigen: $\text{VC} \leq_p \text{SUMME}$
Begründen Sie insbesondere durch Hinweis auf die *Definition* des Begriffs NP-Vollständigkeit, warum SUMME damit NP-**vollständig** ist (was gilt dann für alle NP-vollständigen Probleme wie (nur als Beispiel) SAT ?).

*Bitte den Wochentag, die Uhrzeit und den Namen der Leiterin bzw. des Leiters Ihrer Übungsgruppe, in der Sie das Blatt abholen möchten, auf die Abgabe schreiben!
Abgabe bis **Di., 23:59 Uhr** im Briefkasten links vor dem blauen Hochhaus.*

<https://www.cs12.tf.fau.de/lehre/lehrveranstaltungen/vorlesungen/berechenbarkeit-und-formale-sprachen/>