

Übungen zur Vorlesung
Berechenbarkeit und Formale Sprachen

WS 2018/2019

Blatt 2

Je mehr Plus-Zeichen + bei einer Aufgabe, desto wichtiger, je mehr Sterne *, desto schwieriger.

Die folgende Aufgabe braucht nicht abgegeben zu werden, sie wird direkt in den Übungen bearbeitet und besprochen.

AUFGABE 10:

[Präsenzaufgabe, ++, **] A k -head single-tape Turing machine has some fixed number, k , of heads. The heads are numbered 1 through k , and a move of the TM depends on the state and on the symbol scanned by each head. In one move, the heads may each move independently left, right, or remain stationary.

Prove the following theorem.

Theorem If L is accepted by some k -head single-tape TM M_1 , then it is accepted by a one-head single-tape TM M_2 .

Hinweis: Sie dürfen sich überlegen, was passiert, wenn beim Ausführen der TM die beiden Köpfe aufeinandertreffen.

Die folgenden Aufgaben sind „klassische Hausaufgaben“, die Sie bearbeiten und gelöst abgeben. ☺

AUFGABE 11 (4 Punkte):

[+++ , **] Sei $L = \{w\#w^R \mid w \in \{0,1\}^*\}$. Dabei bezeichnet w^R das Spiegelwort zu w , also z. B. $(001)^R = 100$.

- (a) Beschreiben Sie *formal* eine deterministische 1-Band-Turingmaschine M , die L entscheidet. (*Formal* bedeutet hier, daß Sie die Turingmaschine so wie in Aufgabe 9 hinschreiben.)

Erklären Sie die Arbeitsweise Ihrer Turingmaschine und führen Sie die Konfigurationsübergänge für die Eingabe $01\#10$ aus.

- (b) Wieviel Platz $S_{A11}(n)$ und wieviel Zeit $T_{A11}(n)$ benötigt Ihre Maschine (in Θ -Notation!) in Abhängigkeit von der Eingabelänge n . Begründen Sie Ihre Antwort.

AUFGABE 12 (4 Punkte):

[++ , *] Eine deterministische 2-Band-Turingmaschine wurde in der Vorlesung analog zu einer 1-Band-Turingmaschine definiert, nur daß die Maschine *zwei* Bänder und *je Band* einen Lese-/Schreib-Kopf hat. Q, Σ, Γ, q_0 und F sind unverändert, δ ist nun eine Funktion $\delta: Q \times \Gamma^2 \rightarrow Q \times \Gamma^2 \times \{\mathbf{R}, \mathbf{N}, \mathbf{L}\}^2$. Die Eingabe steht zu Beginn auf Band 1. Beschreiben Sie *formal* eine deterministische 2-Band-Turingmaschine, die die Sprache $L = \{w\#w^R \mid w \in \{0,1\}^*\}$ (s. Aufgabe 11) entscheidet. Erklären Sie deren Arbeitsweise und berechnen Sie die Laufzeit $T_{A12}(n)$. Die Laufzeit Ihrer TM **muß** von der Größenordnung echt schneller sein als die der 1-Band-TM aus Aufgabe 11, d. h. $T_{A12}(n) = o(T_{A11}(n))$. Sie können also die TM aus Aufgabe 11 nicht „recyceln“.

AUFGABE 13:

[++,☆☆] Eine deterministische 2-dimensionale Turingmaschine M_{2D} ist eine Turingmaschine, die an der Stelle des gewöhnlichen Bandes ein zweidimensionales Band aufweist, das sich in alle vier Himmelsrichtungen unendlich weit erstreckt. Der Lese-/Schreibkopf kann je Schritt in genau eine dieser Richtungen gehen oder bleiben, wo er ist.

Beschreiben Sie *informell* (d. h., so genau wie nötig, aber so unformal wie möglich), wie man jede deterministische 2-dimensionale Turingmaschine M_{2D} durch eine deterministische 1-Band-Turingmaschine simulieren kann.

Hinweis: Sie sollen diese Aufgabe bearbeiten, brauchen Sie aber nicht abzugeben (können dies aber tun! Dann wird sie auch korrigiert). Es gibt **keine** Punkte, aber natürlich, falls Sie Ihre Lösung an der Tafel präsentieren, den „hat vorgerechnet“-Vermerk.

AUFGABE 14 (4 Punkte):

[++,☆] Eine *deterministische Halbband-Turingmaschine* ist ähnlich einer deterministischen 1-Band-Turingmaschine definiert, nur daß das Band nicht in beide Richtungen unendlich lang ist, sondern bloß in eine Richtung („nach rechts“). Der „Bandanfang“ ist dabei „nicht einfach so“ erkennbar, d. h. man kann „links runterfallen“.

- Zeigen Sie: Zu jeder deterministischen 1-Band-TM M gibt es eine deterministische Halbband-TM \tilde{M} , die die Rechnung von M simuliert.

Hinweis: Es ist eine gute Idee, die Zelle am linken Bandende, unter der zu Beginn der Lese-/Schreibkopf und in der das erste Zeichen der Eingabe steht, durch etwas Spezielles zu markieren und die Programmiertechniken aus der Vorlesung anzuwenden.

- Wenn M eine $t(n)$ -zeit- und $s(n)$ -bandbeschränkte 1-Band-Turingmaschine ist, welche Zeit- und Bandbeschränkung hat dann \tilde{M} ?

Bitte den Wochentag, die Uhrzeit und den Namen der Leiterin bzw. des Leiters Ihrer Übungsgruppe, in der Sie das Blatt abholen möchten, auf die Abgabe schreiben!

*Abgabe bis **Di., 23:59 Uhr** im Briefkasten links vor dem blauen Hochhaus.*

<https://www.cs12.tf.fau.de/lehre/lehveranstaltungen/vorlesungen/berechenbarkeit-und-formale-sprachen/>