

Übungen zur Vorlesung
Berechenbarkeit und Formale Sprachen
 WS 2009/2010
 Blatt 1

Je mehr Plus-Zeichen + bei einer Aufgabe, desto wichtiger ist sie, je mehr Sterne *, desto schwieriger.

Die folgende Aufgabe braucht nicht abgegeben zu werden, sie wird direkt in den Übungen bearbeitet und besprochen.

AUFGABE 5:

[Präsenzaufgabe, ++, *]

- (a) Schreiben Sie ein Registermaschinenprogramm, das als Eingabe in den Registern $c(1)$ und $c(2)$ die Zahlen $a, b \in \mathbb{N}$ bekommt und in das Register $c(3)$ als Ergebnis das Produkt $2 \cdot a \cdot b$ schreibt. Dabei dürfen Sie die Operationen $MULT\ i$ und $CMULT\ i$ ausnahmsweise *nicht* verwenden. Wieviele Schritte benötigt Ihr Programm, um $a \cdot b$ zu berechnen (in O-Notation)?
- (b) Schreiben Sie ein Registermaschinenprogramm, das als Eingabe im Register $c(1)$ die Zahl $a \in \mathbb{N}$ bekommt und in die Register $c(2), c(3), \dots$ die Darstellung von a zur Basis 3 schreibt. Die Ziffer mit dem niedrigsten Gewicht soll in Register $c(2)$ stehen. Für $a = 11 = (102)_3$ soll die Ausgabe also z. B. so aussehen:

$c(1)$	$c(2)$	$c(3)$	$c(4)$
11	2	0	1

Die Lösungen der folgenden Aufgaben sollen abgegeben werden. Schreiben Sie Ihre Lösungen leserlich und verständlich auf und werfen Sie sie in den gekennzeichneten Briefkasten vor dem blauen Hochhaus.

AUFGABE 6 (4 Punkte):

[+++,*] Gegeben sei die folgende 1-Band-Turingmaschine $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, F)$ mit $Q = \{q_0, \dots, q_5\}$, $\Sigma = \{0, 1\}$, $\Gamma = \{0, 1, B, X, Y\}$, $F = \{q_5\}$ und der Übergangsfunktion δ :

δ	0	1	B	X	Y
q_0	(q_1, X, R)	—	—	—	—
q_1	$(q_1, 0, R)$	(q_2, Y, L)	—	—	(q_1, Y, R)
q_2	$(q_4, 0, L)$	—	—	(q_3, X, R)	(q_2, Y, L)
q_3	—	—	(q_5, Y, R)	—	(q_3, Y, R)
q_4	$(q_4, 0, L)$	—	—	(q_0, X, R)	—
q_5	—	—	—	—	—

- (a) Führen Sie die Berechnung für die Eingaben 0011 und 011 aus (in der Form $q_00011 \vdash Xq_1011 \vdash \dots$).
- (b) Welche Sprache L , $L \subseteq \{0, 1\}^*$, wird von M akzeptiert? Hält M für jede Eingabe? Begründen Sie Ihre Antworten!

AUFGABE 7 (4 Punkte):

[+++,*] Sei $L = \{w\#w \mid w \in \{0, 1\}^*\}$.

- (a) Beschreiben Sie *formal* eine 1-Band-Turingmaschine M , die L entscheidet. (*Formal* bedeutet hier, daß Sie die Turingmaschine wie in Aufgabe 6 hinschreiben.)
 Erklären Sie die Arbeitsweise Ihrer Turingmaschine und führen Sie die Konfigurationsübergänge für die Eingabe 01#01 aus.
- (b) Wieviel Platz und wieviel Zeit benötigt Ihre Maschine (in O-Notation) in Abhängigkeit von der Eingabelänge $n = |w\#w|$? Begründen Sie Ihre Antwort.

AUFGABE 8 (4 Punkte):

[++,*] Eine deterministische 2-Band-Turingmaschine ist analog einer 1-Band-Turingmaschine definiert, nur daß die Maschine *zwei* Bänder und *zwei* Lese-/Schreib-Köpfe hat. Q, Σ, Γ, q_0 und F sind unverändert, δ ist nun eine Funktion $\delta: Q \times \Gamma^2 \rightarrow Q \times \Gamma^2 \times \{R, N, L\}^2$. Die Eingabe steht zu Beginn auf Band 1. Beschreiben Sie *formal* (s. Aufgabe 7(a)) eine 2-Band-Turingmaschine, die die Sprache $L = \{w\#w \mid w \in \{0, 1\}^*\}$ aus Aufgabe 7 akzeptiert. Erklären Sie deren Arbeitsweise und berechnen Sie die Laufzeit.

AUFGABE 9 (4 Punkte):

[++,*] Eine deterministische 2-dimensionale Turingmaschine M_{2D} ist eine Turingmaschine, die an der Stelle des gewöhnlichen Bandes ein zweidimensionales Band aufweist, das sich in alle vier Himmelsrichtungen unendlich weit erstreckt. Der Lese-/Schreibkopf kann je Schritt in genau eine dieser Richtungen gehen oder bleiben, wo er ist.

Beschreiben Sie *informell* (d. h., so genau wie nötig, aber so unformal wie möglich), wie man jede deterministische 2-dimensionale Turingmaschine M_{2D} durch eine deterministische 1-Band-Turingmaschine simulieren kann.

Vorlesungen

Montag	16:15 – 17:45 Uhr	H6	Wanka
Donnerstag	16:00 – 17:30 Uhr	H9	Wanka

Übungen

Montag	18:00 – 19:30 Uhr	E1.12	Schneider
Mittwoch	16:00 – 17:30 Uhr	E1.11	Helwig
Donnerstag	8:30 – 10:00 Uhr	E1.12	Helwig
Donnerstag	10:15 – 11:45 Uhr	00.152	Hoffmann
Freitag	8:30 – 10:00 Uhr	E1.12	Hoffmann

Bitte den Wochentag und die Uhrzeit Ihrer Übungsgruppe auf die Abgabe schreiben!
 Abgabe bis **16:10 Uhr** im Briefkasten links vor dem blauen Hochhaus.
<http://www12.informatik.uni-erlangen.de/edu/BFS/WS0910/>